गणित – 041
अंक योजना
कक्षा - बारहवीं (2025 - 26)

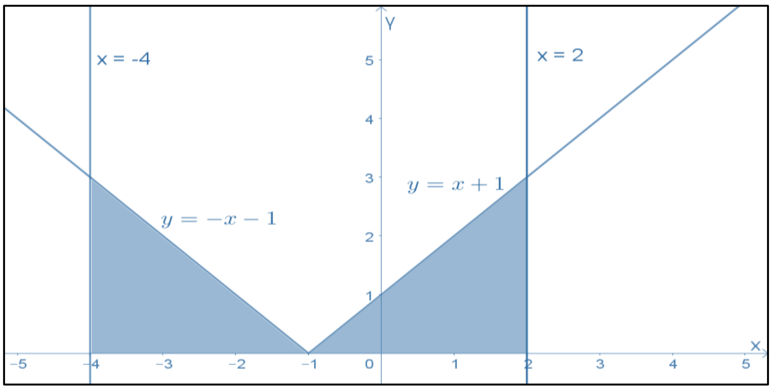
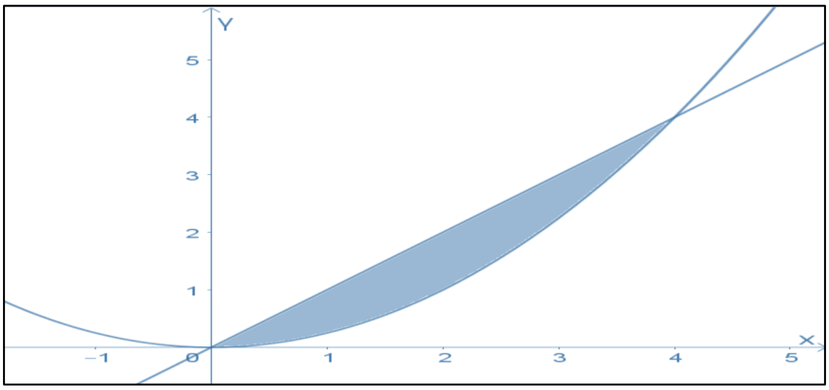
क्रम संख्या	उत्तर संकेत /मूल्य बिन्दु	अंक विभाजन
1	ग्राफ से स्पष्ट है कि प्रांत $[\frac{-1}{2},\frac{1}{2}]$ है तो आलेख फलन $\sin^{-1}(2x)$ का है **उत्तर है (B)** $\mathbf{\sin^{-1}(2x)}$	**1**
1 (V.I.)	प्रांत $[\frac{-1}{3},\frac{1}{3}]$ है , अत : फलन $\cos^{-1}(3x)$ है । **उत्तर है (C)** $\mathbf{\cos^{-1}(3x)}$	**1**
2	AB परिभाषित है इसलिए n=4 AC परिभाषित है इसलिए p=4 AB तथा AC एक ही कोटि के वर्ग आव्यूह हैं । इसलिए $m \times 3 = m \times q \Rightarrow q = 3 = m$ **उत्तर (A) है** $\boldsymbol{m = q} = 3$तथा$\boldsymbol{n = p} = 4$	**1**
3	क्योंकि A *एक विषम सममित है* इसलिए $p = 0, q = 2, r = -3, t = 4$ इसलिए $\frac{q+t}{p+r} = \frac{6}{-3} = -2$ **उत्तर है (A) -2**	**1**
4	$adjA = 27 \Rightarrow \|A\|^3 = 27 = 3^3 \Rightarrow \|A\| = 3$ $A(adjA) = \|A\|I = 3I$ **उत्तर है (C)** $3\boldsymbol{I}$	**1**
5	आव्यूह$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ का व्युत्क्रम=$\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{5} \end{bmatrix}$ **अत : उत्तर *(*B) है.**	**1**
6	$\begin{vmatrix} \cos67^o & \sin67^o \\ \sin23^o & \cos23^o \end{vmatrix} = \cos67^o\cos23^o - \sin67^o\sin23^o = \cos(67^o + 23^o) = \cos90^o = 0$ **उत्तर है *(*A) *0***	**1**
7	$f(x)$, $x = \pi$ पर संतत है $\Rightarrow \lim\limits_{x\to\pi^{-1}}(kx+1) = \lim\limits_{x\to\pi^{+1}} cosx = f(\pi)$ $\Rightarrow \lim\limits_{h\to0}[k(\pi - h) + 1] = \lim\limits_{h\to0}\cos(\pi + h) = k\pi + 1$ $\Rightarrow k\pi + 1 = -1$ $\Rightarrow k = \frac{-2}{\pi}$ **उत्तर (D)** $\boldsymbol{\frac{-2}{\pi}}$	**1**

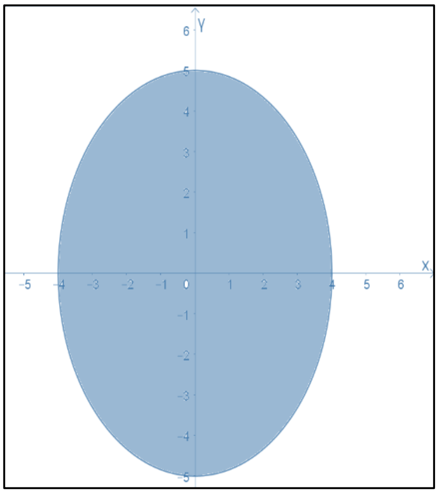
8	$f(x) = x\tan^{-1}x$ $f'(x) = 1.\tan^{-1}x + x.\frac{1}{1+x^2}$ $f'(1) = 1\ .1\tan^{-1} + \frac{1}{1+1} = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}$ **उत्तर है (B)** $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}$	**1**
9	$f(x) = 10 - x - 2x^2$ $\Rightarrow\ f'(x) = -1 - 4x$ वर्धमान फलन के लिए $f'(x) \geq 0$ $\Rightarrow -(1+4x) \geq 0$ $\Rightarrow\ (1+4x) \leq 0$ $\Rightarrow x \leq -\frac{1}{4}$ $\Rightarrow x \in (-\infty, -\frac{1}{4}]$ उत्तर है (A) $(-\infty, -\frac{1}{4}]$ **उत्तर (A)** $(-\infty, -\frac{1}{4}]$	**1**
10	$xdx + ydy = 0$ $\Rightarrow \int xdx = -\int ydy$ $\Rightarrow \frac{x^2}{2} = \frac{-y^2}{2} + k$ $\Rightarrow x^2 + y^2 = 2k$ अतः हल है $\Rightarrow x^2 + y^2 = 2k$, k एक स्वेच्छ अचर है **उत्तर है (C) ,वृत**	**1**
11	$I = \int_a^b xf(x)dx = \int_a^b (a+b-x)f(a+b-x)dx\ \Rightarrow I = \int_a^b (a+b-x)f(x)dx$ (given $f(a+b-x) = f(x)$) $\Rightarrow I \int_a^b (a+b)\, f(x)dx$ - $\int_a^b xf(x)dx$ $\Rightarrow 2\ I = (a+b)\int_a^b f(x)dx$ $\Rightarrow I = \frac{1}{2}\,(a+b)\int_a^b f(x)dx$ **उत्तर है (D)** $\boldsymbol{\frac{a+b}{2}\int_a^b f(x)dx}$	**1**
12	माना $I = \int x^3\sin^4(x^4)\cos(x^4)\ dx$माना $\sin(x^4) = t \Rightarrow \mathbf{4}x^3\cos(x^4)\ dx = dt \Rightarrow$ $x^3\cos(x^4) = \frac{1}{4}\,dt$ तब $I = \int t^4\ (\frac{1}{4}\,dt) = \frac{1}{20}\,t^5 + C = \frac{1}{20}\sin^5(x^4) + C$ $\Rightarrow I = \frac{1}{20}\sin^5(x^4) + C = a\ \ \sin^5(x^4) + C$ **अत :** $a = \frac{1}{20}$ **उत्तर (B)** $\frac{1}{20}$	**1**
13	सदिश आव्यूह $\hat{\imath} + 2\hat{\jmath} + \hat{k}$ का रेखा $\vec{r} = (3\hat{\imath} - \hat{\jmath}) + \lambda(\hat{\imath} + 2\hat{\jmath} + 3\hat{k})$ पर प्रक्षेप है $\frac{1x1+2x2+1x3}{\sqrt{1^2+2^2+3^2}} =$ $\frac{8}{\sqrt{14}}$ इकाई **उत्तर है (C)** $\frac{8}{\sqrt{14}}$ **इकाई**	**1**

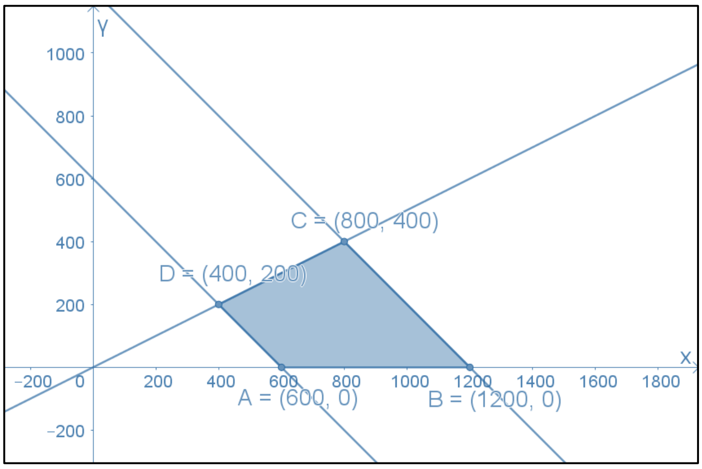
14	बिंदु (a, b, c) की y-अक्ष से दूरी $\sqrt{a^2+c^2}$ है तो, दूरी $=\sqrt{3^2+5^2}$ $=\sqrt{34}$ इकाई है। **उत्तर है (B) $\sqrt{34}$ इकाई**	**1**
15	$(2\vec{a}.\hat{\imath})\hat{\imath}-(\vec{b}.\hat{\jmath})\hat{\jmath}+(\vec{c}.\hat{k})\hat{k}=(2\times3)\hat{\imath}-(1)\hat{\jmath}+(2)\hat{k}$ $=6\hat{\imath}-\hat{\jmath}+2\hat{k}=\vec{c}$ **उत्तर है (D) $\vec{c}$**	**1**
16	बिंदु (1,0) और (0,2) समीकरण $2x+y=2$को संतुष्ट करते हैं और छायांकित क्षेत्र से पता चलता है कि (0,0) सुसंगत क्षेत्र में स्थित नहीं है तो, असमिका $2x+y\geq2$ है **उत्तर है (B) $2x+y\geq2$**	**1**
16 (V.I.)	(4,0) और (0,3) अधिकतम मान देते हैं इसलिए $Z_{(4,0)}=Z_{(0,3)}\Rightarrow4a+c=3b+c\Rightarrow4a=3b$ **उत्तर है (A) $4a=3b$**	**1**
17	छात्र ग्राफ पर बनी रेखा से बिंदु (2,9) को पढ़ सकता है। बिन्दु (5,0) और (0,15) को मिलाने पर छात्र समीकरण $3x+y=15$ प्राप्त कर सकता है और फिर बिंदु (2,9) को सत्यापित कर सकता है जो इसे संतुष्ट करता है। **उत्तर है (A) (2,9)**	**1**
17-VI	**उत्तर है (C)** खुला अर्ध तल जिसमें मूल बिंदु शामिल है, लेकिन रेखा $3x+5y=10$ के बिंदु नहीं हैं	**1**
18	**उत्तर है (B) $\frac{1}{100}$** व्यक्ति को पहले 4 अंक पता हैं, इसलिए व्यक्ति को शेष दो अंकों का अनुमान लगाना होगा। P (पिन का अनुमान लगाना) =1×1×1×1×$\frac{1}{10}\times\frac{1}{10}=\frac{1}{100}$	**1**
19	$\sin^{-1}(\frac{\sqrt{3}}{2})+\tan^{-1}1-sec^{-1}(\sqrt{2})=\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{3}\neq\frac{\pi}{4}$ *अत :*A *असत्य है* $\sin^{-1}x$ की मुख्य शाखा $is[\frac{-\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$ है तथा $sec^{-1}x$की$[0,\pi]-\{\frac{\pi}{2}\}$ अतः , R सत्य है **उत्तर (D) है , अभिकथन असत्य तथा तर्क सत्य**	**1**
20	$\vec{r}\times(\vec{a}+\vec{b})=\vec{0}$ =>$\vec{r}$,$(\vec{a}+\vec{b})$ के समांतर है तथा $(\vec{a}+\vec{b})$, $\vec{a}$ और $\vec{b}$ के तल पर स्थित है, इसलिए $\vec{r}$, $\vec{a}$, $\vec{b}$ तल के समांतर है $\Rightarrow$ $\vec{r}$, $(\vec{a}\times\vec{b})$.के लंबवत है अतः अभिकथन सत्य है लेकिन$(\vec{a}+\vec{b})$, $\vec{a}$ और $\vec{b}$ के तल पर स्थित है, इसलिए $(\vec{a}+\vec{b})$, $\vec{a}$ और$\vec{b}$ के तल पर लंबवत नहीं है इसलिए, तर्क गलत है। **उत्तर है (C) अभिकथन सत्य है, लेकिन तर्क गलत है**	**1**

खंड - ख , (VSA) प्रकार के प्रश्न हैं , प्रत्येक के 2 अंक हैं		
21A	$\tan(\tan^{-1}(-1)+\frac{\pi}{3}) = \tan(\frac{-\pi}{4}+\frac{\pi}{3})$	½
	$= \frac{\tan\frac{\pi}{3}-\tan\frac{\pi}{4}}{1+\tan\frac{\pi}{3}\tan\frac{\pi}{4}}$	1
	$=\frac{\sqrt{3}-1}{1+\sqrt{3}} = 2-\sqrt{3}$	½
	अथवा	अथवा
21B	प्रांत के लिए , $-1 \le 3x-2 \le 1$	
	$\Rightarrow 1 \le 3x \le 3$	½
	$\Rightarrow \frac{1}{3} \le x \le 1$	½
	अतः $\cos^{-1}(3x-2)$का प्रांत है $[\frac{1}{3},1]$	½
		½
22	$y = \log\tan(\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2})$	
	x के सापेक्ष अवकलन करने पर	
	$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\tan(\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2})}.sec^2(\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2}).\frac{1}{2}$	½
	$= \frac{\cos(\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2})}{\sin(\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2})}.\frac{1}{\cos^2(\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2})}.\frac{1}{2}$	
	$= \frac{1}{2\sin(\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2})\cos(\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2}))} = \frac{1}{\sin(\frac{\pi}{2}+x)} = \frac{1}{\cos x}$	1
	$=\Longrightarrow \frac{dy}{dx} - secx = 0$	½
23A	$\int \frac{(x-3)e^x}{(x-1)^3}\,dx \int \frac{(x-1-2)e^x}{(x-1)^3}\,dx$	1
	$\int (\frac{1}{(x-1)^2} - \frac{2}{(x-1)^3})e^x\,dx = \int (\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{d}{dx}(\frac{1}{(x-1)^2}))e^x\,dx$	
	$\frac{e^x}{(x-1)^2}$ + c (क्योंकि $\int (f(x)+f'(x))e^x dx = e^x\,f(x)$ + c)	1
	अथवा	अथवा
23B	A = $\int_0^4 xdy$ = $\int_0^4 \sqrt{y}\,dy$	1
	= $[\frac{2}{3} \times y^{\frac{3}{2}}]_{y=0}^{y=4}$= $\frac{16}{3}$ वर्ग इकाई	1
23B	**दृष्टिबाधितों के लिए :**	
	A = $\int_0^3 ydx$ = $\int_0^3 \sqrt{x}\,dx$	1
	=$[\frac{2}{3} \times x^{\frac{3}{2}}]_{x=0}^{x=3}$ = $2\sqrt{3}$ वर्ग इकाई	1
24	दिया है $f(x+y) = f(x)f(y)$	
	$f(0+5) = f(0)f(5)$	
	$\Longrightarrow \quad f(0) = 1$	½
	$f'(5) = \lim_{h\to 0}\frac{f(5+h)-f(5)}{h} = \lim_{h\to 0}\frac{f(5)f(h)-f(5)}{h}$ $[\because f(x+y) = f(x)f(y)]$	
	= $\lim_{h\to 0}\frac{2f(h)-2}{h}$ $[\because f(5) = 2]$	1
	=2 $\lim_{h\to 0}\frac{f(h)-1}{h}$ = $2\lim_{h\to 0}\frac{f(h)-f(0)}{h}$ =2 $f'(0)$	
	= 2 (3) $[\because f'(0) = 3]$	
	=6	½

25	सदिश $\overrightarrow{OP}=\frac{1}{2}(4\hat{\imath}+4\hat{k})=2\hat{\imath}+2\hat{k}$ दो आसन्न भुजाओं OA और OP द्वारा निर्मित समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल $=\lvert(\overrightarrow{OA}\times\overrightarrow{OP})\rvert=\begin{vmatrix}\hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k}\\ 1 & 1 & 1\\ 2 & 0 & 2\end{vmatrix}$ $=\lvert 2\hat{\imath}-2\hat{k}\rvert$ $=2\sqrt{2}$ वर्ग इकाई।	½ ½ ½ ½
	खंड - ग लघु उत्तर (SA) प्रकार के प्रश्न, **प्रत्येक के 3 अंक**	
26A	$x^y=e^{x-y}$ दोनों पक्षों का log लेने पर $y\log x=(x-y)\log e$ $y\log x$ + y = x (क्योंकि $\log e=1$) $\Rightarrow \quad y=\frac{x}{1+\log x}$ x के सापेक्ष अवकलन करने पर $\frac{dy}{dx}=\frac{(1+\log x).1-x.\frac{1}{x}}{(1+\log x)^2}$ $=\frac{\log x}{(\log e+\log x)^2}$ $=\frac{\log x}{(\log(xe))^2}$ Now $\frac{dy}{dx}]_{x=e}=\frac{\log e}{(\log e^2)^2}=\frac{1}{(2\log e)^2}=\frac{1}{2^2}=\frac{1}{4}$ $(\because \log e=1)$ **वैकल्पिक हल :** $x^y=e^{x-y}$ दोनों पक्षों का log लेने पर $y\log x=(x-y)\log e$ $y\log x$ + y = x (since $\log e=1$) x के सापेक्ष अवकलन करने पर $\log x\frac{dy}{dx}+\frac{y}{x}+\frac{dy}{dx}=1$ $\Rightarrow \frac{dy}{dx}(1+\log x)=1-\frac{y}{x}$ $\Rightarrow \frac{dy}{dx}=\frac{x-y}{x(1+\log x)}=\frac{x-\frac{x}{1+\log x}}{x(1+\log x)}=\frac{x(1+\log x)-x}{x(1+\log x)^2}=\frac{x(1+\log x-1)}{x(\log e+\log x)^2}=\frac{\log x}{(\log(xe))^2}$ अब $\frac{dy}{dx}]_{x=e}=\frac{\log e}{(\log e^2)^2}=\frac{1}{(2\log e)^2}=\frac{1}{2^2}=\frac{1}{4}$ $(\because \log e=1)$	 1 1 1
26B	**अथवा** $\frac{dx}{d\theta}=a(1-\cos\theta)$, $\frac{dy}{d\theta}=a(0+\sin\theta)$, $\Rightarrow \frac{dy}{dx}=\frac{\frac{dy}{d\theta}}{\frac{dx}{d\theta}}=\frac{a\sin\theta}{a(1-\cos\theta)}$ $\frac{2\sin(\frac{\theta}{2})\cos(\frac{\theta}{2})}{2\sin^2(\frac{\theta}{2})}=\cot\frac{\theta}{2}$ $\Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2}=-\frac{1}{2}\,cosec^2(\frac{\theta}{2})\frac{d\theta}{dx}$ $=\frac{-1}{2a}\,cosec^2(\frac{\theta}{2})\frac{1}{2\sin^2(\frac{\theta}{2})}$ $=\ -\frac{1}{4a}cosec^4(\frac{\theta}{2})$	अथवा 1 1 1

27	मान लीजिए समय t पर बर्फ की गेंद की त्रिज्या r है	
	$V = \frac{4}{3}\pi r^3$............ (1)	
	S = $4\pi r^2$..............(2)	½
	दिया है $\frac{dV}{dt} \propto S$	
	$\Rightarrow \frac{dV}{dt} = -$ k S (जहाँ k कोई धनात्मक स्थिरांक है) ------- (3)	½
	t के सापेक्ष (1) का अवकलन करने पर हमें प्राप्त होता है	
	$\frac{dV}{dt} = \frac{4}{3}\pi.(3\,r^2)\,\frac{dr}{dt}$	
	$\frac{dV}{dt} = 4\pi r^2 \frac{dr}{dt}$ .... (4)	1
	$\Rightarrow$ - k S = $4\pi r^2 \frac{dr}{dt}$ (3) and (4) द्वारा	½
	$\Rightarrow$ - k S = S $\frac{dr}{dt}$ ((2) का इस्तेमाल करने पर)	
	$\Rightarrow \frac{dr}{dt} = -$k	½
	⇒बर्फ के गोले की त्रिज्या निश्चित दर से घट रही है	
28A		1
	$\int_{-4}^{2}\lvert x+1\rvert dx = \int_{-4}^{-1}(-x-1)\,dx + \int_{-1}^{2}(x+1)\,dx$	½
	$= \frac{-(x+1)^2}{2}\Big]_{-4}^{-1} + \frac{(x+1)^2}{2}\Big]_{-1}^{2}$	½
	$= -(0-\frac{9}{2}) + (\frac{9}{2}-0) = 9$	½
	यह वक्र $y = \lvert x+1\rvert$,x अक्ष तथा रेखाओं $x = -4$ तथा $x = 2$ द्वारा छायांकित क्षेत्र से घिरा हुआ क्षेत्रफल दर्शाता है	½
	अथवा	
28B		1

	आवश्यक क्षेत्र = $\int_0^4 x dx - \int_0^4 \frac{x^2}{4} dx$ $= \frac{x^2}{2}]_0^4 - \frac{1}{12}$ $= \frac{1}{2}(16-0) - \frac{1}{12}(64-0) = 8 - \frac{16}{3} = \frac{8}{3}$ वर्ग इकाई **दृष्टिबाधितों के लिए:** $y = \|x+1\| = f(x) = \{ \begin{matrix} -x-1, x < -1 \\ x+1, x \geq -1 \end{matrix}$ $\int_{-4}^{2} \|x+1\| dx = \int_{-4}^{-1}(-x-1)\, dx + \int_{-1}^{2}(x+1)\, dx$ $= \frac{-(x+1)^2}{2}]_{-4}^{-1} + \frac{(x+1)^2}{2}]_{-1}^{2}$ $= -(0-\frac{9}{2}) + (\frac{9}{2}-0) = 9$ यह वक्र $y = \|x+1\|$,x अक्ष तथा रेखाओं x =−4 तथा x =2 द्वारा छायांकित क्षेत्र से घिरा हुआ क्षेत्रफल दर्शाता है । **अथवा**  $25x^2 + 16y^2 = 400 \Rightarrow \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{4^2} + \frac{y^2}{5^2} = 1 \Rightarrow y = \frac{5}{4}\sqrt{4^2 - x^2}$ आवश्यक क्षेत्र = $4\int_0^4 \frac{5}{4}\sqrt{4^2 - x^2}\, dx$ $= 5[\frac{x\sqrt{4^2-x^2}}{2} + \frac{4^2}{2}\sin^{-1}(\frac{x}{4})]_0^4$ $= 5[0 + 8\sin^{-1}(1) - 0]$ $= 40 \times \frac{\pi}{2} = 20\pi$ वर्ग इकाई	1 ½ ½ 1 1 1 1 1 1
29A	z−अक्ष के समांतर $(2,-1,3)$से गुजरने वाली रेखा $\vec{r} = (2\hat{\imath} - \hat{\jmath} + 3\hat{k}) + \lambda(\hat{k})$ द्वारा दी गई है इस रेखा पर कोई बिंदु P $(2,-1,3+\lambda)$ है दी गई रेखा $\vec{r} = (2\hat{\imath} - \hat{\jmath} + 2\hat{k}) + \mu(3\hat{\imath} + 6\hat{\jmath} + 2\hat{k})$पर कोई बिंदु Q $(2+3\mu, -1+6\mu, 2+2\mu)$है	1 ½

29B	प्रतिच्छेदन बिंदु के लिए Q $(2+3\mu, -1+6\mu, 2+2\mu)$ = P (2, -1, 3+ λ) ⇒ $2 = 2+3\mu \;\; \Rightarrow \;\; \mu = 0$ है प्रतिच्छेदन बिंदु है (2,−1,2) (2,−1,3) की (2,−1,2) से दूरी स्पष्ट रूप से 1 इकाई है। **वैकल्पिक हल :** बिन्दु (2,−1,3) से z अक्ष के समांतर रेखा पर कोई बिन्दु (2,−1, λ) है दी गई रेखा पर कोई बिन्दु $(2+3\mu, -1+6\mu, 2+2\mu)$है इसलिए $2 = 2+3\mu \;\; \Rightarrow \mu = 0$ प्रतिच्छेदन बिंदु है (2,−1,2) (2,−1,3) की (2,−1,2) से दूरी स्पष्ट रूप से 1 इकाई है। **अथवा** (2,−1,1) से होकर जाने वाली z−अक्ष के समांतर रेखा है $\vec{r} = (2\hat{\imath} - \hat{\jmath} + \hat{k}) + \lambda(\hat{k})$ इस रेखा पर कोई बिंदु P (2, −1, 1+ λ) है दी गई रेखा पर कोई बिंदु A (3+ μ, μ, 1+ μ) है A (3+ μ, μ, 1+ μ) = P (2, −1, 1+ λ) ⇒ $\mu = -1$ प्रतिच्छेद बिंदु (2, −1,0) है z−अक्ष से (2,−1,0) की दूरी है $\sqrt{2^2 + (-1)^2}$=√5 इकाई	½ ½ ½ 1 1 ½ ½ 1 1 ½ ½
30	ग्राफ का रेखाचित्र बनाना 	$1\frac{1}{2}$
30	कोनीय बिंदु A(600,0), B(1200,0), C(800,400), D(400,200) हैं। Z के मान: $Z_A = 1200, Z_B = 2400, Z_C = 2000, Z_D = 1000$ अधिकतम $Z = 2400$जब $x = 1200$और$y = 0$ **दृष्टिबाधित लोगों के लिए :** कोनीय बिंदु A(600,0), B(1200,0), C(800,400), D(400,200) पर Z के मान हैं $Z_A = 1800, Z_B = 3600, Z_C = 3200, Z_D = 1600$ B(1200,0) पर Z का अधिकतम मान = 3600 और D(400,200) पर Z का न्यूनतम मान = 1600	½ ½ ½ 1 1 1

31	मान लीजिए घटनाएँ हैं: A: मेहुल का चयन किया गया है B: राशि का चयन किया गया है तो प्रश्न के अनुसार, A और B स्वतंत्र घटनाएँ हैं और $P(A) = 0.4, P(A \cap \bar{B}) + P(B \cap \bar{A}) = 0.5$ माना $P(B) = x$ तो $P(A \cap \bar{B}) + P(B \cap \bar{A}) = 0.5$ $\Rightarrow P(A)P(\bar{B}) + P(B)P(\bar{A}) = 0.5$ $\Rightarrow 0.4(1 - x) + x(1 - 0.4) = 0.5$ $\Rightarrow 0.4 - 0.4x + 0.6x = 0.5$ $\Rightarrow 0.2x = 0.5 - 0.4 = 0.1$ $\Rightarrow x = \frac{0.1}{0.2} = \frac{1}{2} = 0.5$ तो, राशि के चयन की संभावना = 0.5 उनमें से कम से कम एक के चयन की संभावना $1 - P(\bar{A} \cap \bar{B})$ $1 - P(\bar{A})P(\bar{B})$ $1 - 0.6 \times 0.5$ $1 - 0.3 = 0.7$	1 1 1
खंड घ दीर्घ उत्तर (LA)प्रकार के प्रश्न हैं , प्रत्येक 5 अंक का है)		
32	$AB = \begin{bmatrix} 3 & -6 & -1 \\ 2 & -5 & -1 \\ -2 & 4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = I$ इसलिए, $A^{-1} = B$तथा$B^{-1} = A$ समीकरणों का दिया हुआ निकाय $3x - 6y - z = 3, 2x - 5y - z + 2 = 0, -2x + 4y + z = 5$ आव्यूह रूप में इसे इस प्रकार लिखा जा सकता है: $AX = C$, जहाँ $X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$तथा$C = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ 5 \end{bmatrix}$ यहाँ $\|A\| = -3 - 0 + 2 = -1 \neq 0$ इसलिए, निकाय सुसंगत है और इसका अद्वितीय हल व्यंजक $X = A^{-1}C = BC$ द्वारा दिया गया है $\Rightarrow X = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ 5 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ 21 \end{bmatrix}$ इस प्रकार $x = 2, y = -3, z = 21$	1 ½ ½ ½ ½ ½ 1 ½

33A	माना $x = \tan\theta \;\Rightarrow\; dx = sec^2\theta\, d\theta$ $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\log(1+tan\theta)}{1+tan^2\theta}.sec^2\theta d\theta$ $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} log\,(1+tan\theta)d\theta \quad = \quad \int_0^{\frac{\pi}{4}} \log[1+\tan(\frac{\pi}{4}-\theta)]d\theta$ $=\int_0^{\frac{\pi}{4}} \log[1+\frac{1-\tan\theta}{1+\tan\theta}]\, d\theta$ $=\int_0^{\frac{\pi}{4}} \log[\frac{1+\tan\theta+1-\tan\theta}{1+\tan\theta}]\, d\theta$ $=\int_0^{\frac{\pi}{4}} \log[\frac{2}{1+\tan\theta}]\, d\theta$ $=\int_0^{\frac{\pi}{4}} \log2\, d\theta \;-\int_0^{\frac{\pi}{4}} \log[1+tan\theta]\, d\theta$ $\log2 \times x]_0^{\frac{\pi}{4}} - I$ $\Rightarrow 2I = \frac{\pi}{4}\log2$ $\Rightarrow I = \frac{\pi}{8}\log2$	½ 1 1 1 1 ½
	अथवा	अथवा
33B	$I = \int \frac{(3\sin\theta-2)\cos\theta}{5-\cos^2\theta-4\sin\theta}d\theta = \int \frac{(3\sin\theta-2)\cos\theta}{5-(1-\sin^2\theta)-4\sin\theta}d\theta$ माना $\sin\theta = t \Longrightarrow \cos\theta d\theta = dt$ $I =\int \frac{(3t-2)}{5-(1-t^2)-4t}\, dt$ $=\int \frac{(3t-2)}{t^2-4t+4}\, dt =\int \frac{3t-2}{(t-2)^2}\, dt$ माना $\frac{3t-2}{(t-2)^2} = \frac{A}{(t-2)} + \frac{B}{(t-2)^2}$ $3t-2 = A(t-2)+B$ दोनों पक्षों में t के गुणांकों और स्थिर पदों की तुलना करने पर $A = 3, -2A+B = -2, B = 4$ $\int \frac{(3\sin\theta-2)\cos\theta}{5-\cos^2\theta-4\sin\theta}\, d\theta =\int \frac{3}{t-2}dt + \int \frac{4}{(t-2)^2}dt$ $= 3\log\|t-2\| - \frac{4}{t-2} + C$ $= 3\log\|\sin\theta-2\| - \frac{4}{\sin\theta-2} + C$	½ 1 ½ +½ 1+1 ½
34A	$y + \frac{d}{dx}(xy) = x(\sin x + x)$ $\Longrightarrow y + (x\frac{dy}{dx} + y\,) = x(\sin x + x)$ $\Longrightarrow 2y + x\frac{dy}{dx} = x(\sin x + x)$ $\Longrightarrow \frac{dy}{dx} + \frac{2y}{x} = (\sin x + x)$ यह एक रैखिक अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} + Py = Q$ के रूप में है जहाँ $P=\frac{2}{x}$,$Q=(\sin x + x)$ $I.F = e^{\int \frac{2}{x}dx} = e^{2\log x} = e^{\log x^2} = x^2$ हल होगा $y.\, I.F = \int Q.IFdx$ $yx^2 = \int (\sin x + x)x^2\, dx$ $yx^2 = \int sinx.x^2dx + \int x^3dx$ $\Longrightarrow \; yx^2 = -x^2\cos x + 2\int x\cos x dx \; + \frac{x^4}{4} + C$ $\Longrightarrow yx^2 = -x^2\cos x + 2\,(x sinx + \cos x) + \frac{x^4}{4} + C$ जो कि आवश्यक हल है	1 1 1 1 1

	अथवा	
34B	$2ye^{\frac{x}{y}}dx + (y - 2xe^{\frac{x}{y}})\, dy = 0$ $\Rightarrow \frac{dx}{dy} = \frac{2xe^{\frac{x}{y}}-y}{2ye^{\frac{x}{y}}} = \frac{2\frac{x}{y}e^{\frac{x}{y}}-1}{2e^{\frac{x}{y}}}$ यह समघातीय अवकल समीकरण है माना $x = vy$ =>$\Rightarrow \frac{dx}{dy} = v + y\frac{dv}{dy}$ $v + y\frac{dv}{dy} = \frac{2ve^{v}-1}{2e^{v}}$ $\Rightarrow y\frac{dv}{dy} = \frac{2ve^{v}-1}{2e^{v}} - v = \frac{2ve^{v}-1-2ve^{v}}{2e^{v}}$ $\Rightarrow y\frac{dv}{dy} = \frac{-1}{2e^{v}}$ $\Rightarrow 2e^{v}\, dv = -\frac{dy}{y}$ $\int 2e^{v}dv = -\int \frac{dy}{y}$ $\Rightarrow 2e^{v} = -\log\|y\| + C$ $\Rightarrow 2e^{\frac{x}{y}} + \log\|y\| = C$ जब x=0,y=1, C = 2 आवश्यक हल है $2e^{\frac{x}{y}} + \log\|y\| = 2$	1 1 1 1 1
35	माना $\frac{x-1}{3} = \frac{y-0}{-1} = \frac{z+1}{0} = \lambda$ $\Rightarrow$ इस पर कोई बिन्दु है $(3\lambda+1, -\lambda, -1)$ बिन्दु के लिए जहाँ $y = 1$ $\Rightarrow$ $\lambda = -1$ $\Rightarrow$ बिन्दु है $(-2,1,-1)$ दो रेखाओं के दिक् हैं $\vec{m} = 3\hat{\imath} - \hat{\jmath}$ तथा $\vec{n} = -2\hat{\imath} + 2\hat{\jmath} + \hat{k}$ $\vec{m} \times \vec{n} = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 3 & -1 & 0 \\ -2 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -\hat{\imath} - 3\hat{\jmath} + 4\hat{k}$ ज्ञात की जाने वाली रेखा की समीकरण है $\vec{r} = (-2\hat{\imath} + \hat{\jmath} - \hat{k}) + \mu(-\hat{\imath} - 3\hat{\jmath} + 4\hat{k})$ **वैकल्पिक हल :** माना $\frac{x-1}{3} = \frac{y-0}{-1} = \frac{z+1}{0} = \lambda$ $\Rightarrow$ इस पर कोई बिन्दु है $(3\lambda + 1, -\lambda, -1)$ उस बिन्दु के लिए जहाँ $y = 1 \Rightarrow \lambda = -1$ $\Rightarrow$ बिन्दु होगा $(-2,1,-1)$ माना कि a, b, c अज्ञात समीकरण के दिक् अनुपात है तब $3a - b = 0$ तथा $-2a + 2b + c = 0$ हल करने पर $\frac{a}{-1} = \frac{-b}{3} = \frac{c}{4} \Rightarrow \frac{a}{-1} = \frac{b}{-3} = \frac{c}{4}$ अज्ञात रेखा है : $\frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+1}{4} = \mu$ सदिश के रूप में $\vec{r} = (-2\hat{\imath} + \hat{\jmath} - \hat{k}) + \mu(-\hat{\imath} - 3\hat{\jmath} + 4\hat{k})$	½ 1 ½ 1 ½ 1 ½ ½ 1 ½ 1 1 ½ ½

खंड –ड़ (3 केस–स्टडी/गद्यांश–आधारित प्रश्न प्रत्येक 4 अंक का)		
36	I. यातायात प्रवाह स्वतुल्य नहीं है क्योंकि $(A, A) \notin R$ (या कोई भी प्रमुख स्थान स्वयं से जुड़ा नहीं है) II. यातायात प्रवाह संक्रामक नहीं है क्योंकि $(A, B) \in R$और$(B, E) \in R$,परंतु$(A, E) \notin R$ III. $A.$ $R = \{(A, B), (A, C), (A, D), (B, C), (B, E), (C, E), (D, E), (D, C)\}$ प्रांत $= \{A, B, C, D\}$ परिसर $= \{B, C, D, E\}$ **अथवा** III. B.नहीं, ट्रैफ़िक प्रवाह किसी फलन को निरूपित नहीं करता क्योंकि A की तीन छवियाँ हैं ।	1 1 1 ½ +½ 1+1
37	I. $P(x) = R(x) - C(x) = -0.3x^2 + 20x - (0.5x^2 - 10x + 150)$ $= -0.8x^2 + 30x - 150$ II. क्रांतिक बिंदुओं के लिए $P'(x) = 0 \Rightarrow -1.6x + 30 = 0$ $\Rightarrow x = \frac{30}{1.6} = \frac{300}{16} = 18.75$ III A. अब $P''(x) = -1.6$ विशेष रूप से $P''(18.75) = -1.6 < 0$ इसलिए ,क्रांतिक मान $x = 18.75$ अधिकतम लाभ के अनुरूप है **अथवा** III B. क्योंकि x बल्बों की संख्या को दर्शाता है इसलिए विशेष रूप से 18 बल्ब अधिकतम लाभ के अनुरूप है अधिकतम लाभ है $P(18) = -0.8 \times 18^2 + 30 \times 18 - 150$ $= -259.2 + 540 - 150$ $= 540 - 409.2 = ₹130.80$	1 1 1 1 1 1
38	घटनाओं को इस प्रकार मानें E1: छात्र पहले समूह में है (स्क्रीन पर बिताया गया समय 4 घंटे से अधिक है) E2: छात्र दूसरे समूह में है (स्क्रीन पर बिताया गया समय 2 से 4 घंटे है) E3: छात्र तीसरे समूह में है (स्क्रीन पर बिताया गया समय 2 घंटे से कम है) A: छात्र द्वारा चिंता और कम अवधारण के लक्षण दर्शाने की घटना $P(E_1) = \frac{60}{100}$ $P(E_2) = \frac{30}{100}$ and $P(E_3) = \frac{10}{100}$ $P(A\|E_1) = \frac{80}{100}$ $P(A\|E_2) = \frac{70}{100}$ and $P(A\|E_3) = \frac{30}{100}$ I. $P(A) = P(E_1) \times P(A\|E_1) + P(E_2) \times P(A\|E_2) + P(E_3) \times P(A\|E_3)$ $= \frac{60}{100} \times \frac{80}{100} + \frac{30}{100} \times \frac{70}{100} + \frac{10}{100} \times \frac{30}{100} = \frac{72}{100} = 72\%$ II. $P(E_1\|A) = \frac{P(E_1 \cap A)}{P(A)}$ $= \frac{(\frac{60}{100} x \frac{80}{100})}{(\frac{72}{100})} = \frac{48}{72} = \frac{2}{3}$	2 2