अध्याय 15

# सांख्यिकी

## 15.1 समग्र अवलोकन (Overview)

आपने पूर्ववर्ती कक्षाओं में केन्द्रीय प्रवृत्ति के मापों का अध्ययन किया है जैसे कि वर्गीकृत एवं अवर्गीकृत आँकड़ों का माध्य, माध्यिका एवं बहुलक। इन मापों के अतिरिक्त हमें प्रायः एक दूसरे प्रकार के माप को ज्ञात करने की आवश्यकता होती है जिसे प्रकीर्णन (फैलाव) की माप कहा जाता है। यह माध्य अथवा माध्यिका जैसे मध्यवर्ती मानों से प्रेक्षणों का विचरण मापता है।

यह अध्याय माध्य विचलन, प्रसरण, मानक विचलन जैसी महत्त्वपूर्ण प्रकीर्णन की मापों का अध्ययन करने और अन्त में बारंबारता बंटनों का विश्लेषण करने से सम्बन्धित है।

### 15.1.1 *प्रकीर्णन की माप (Measure of Dispersion)*

(a) **परिसर (Range):** परिसर ऐसी प्रकीर्णन की माप है जिसे बहुत ही सरलता से समझा एवं ज्ञात किया जाता है परिसर इस प्रकार परिभाषित है।

परिसर = सबसे बड़ा प्रेक्षण – सबसे छोटा प्रेक्षण

(b) **माध्य विचलन (Mean Deviation)**

**(i) अवर्गीकृत आंकड़ों का माध्य विचलन**

$n$ प्रेक्षणों $x_1, x_2, ..., x_n$, का उनके माध्य ($\overline{x}$) के सापेक्ष, माध्य विचलन

$$\text{M.D}(\overline{x}) = \frac{\sum |x_i - \overline{x}|}{n} \qquad (1)$$

उनकी माध्यिका के सापेक्ष माध्य विचलन ज्ञात करने के लिए निम्नलिखित सूत्र का उपयोग किया जाता है।

$$\text{M.D (M)} = \frac{\sum |x_i - \text{M}|}{n} \qquad (2)$$

**(ii) असतत बारंबारता बंटन का माध्य विचलन (Mean Deviation for discrete frequency distribution)**

मान लीजिए दिए हुए आंकड़ों में $n$ सतत प्रेक्षण $x_1, x_2, ... , x_n$ हैं जिनकी बारंबारताएँ क्रमशः $f_1, f_2, ... , f_n$, है।

© NCERT not to be republished

इस स्थिति में $$\text{M.D}\,(\bar{x}) = \frac{\sum f_i\,|x_i - \bar{x}|}{\sum f_i} = \frac{\sum f_i\,|x_i - \bar{x}|}{\text{N}} \quad (3)$$

$$\text{M.D (M)} = \frac{\sum f_i\,|x_i - \text{M}|}{\text{N}} \quad (4)$$

जहाँ $\text{N} = \sum f_i$ .

**(iii) सतत बारंबारता बंटन ( वर्गीकृत आंकड़े ) का माध्य विचलन (Mean deviation for continuous frequency distribution (Grouped data)**

$$\text{M.D}\,(\bar{x}) = \frac{\sum f_i\,|x_i - \bar{x}|}{\text{N}} \quad (5)$$

$$\text{M.D (M)} = \frac{\sum f_i\,|x_i - \text{M}|}{\text{N}} \quad (6)$$

जहाँ $x_i$ वर्गों के मध्य बिन्दु हैं। $\bar{x}$ और M क्रमश: बंटन के माध्य एवं माध्यिका हैं।

(c) **प्रसारण (Variance) :** मान लीजिए $n$ प्रेक्षणों $x_1, x_2, ..., x_n$ का माध्य $\bar{x}$ है। प्रसरण को $\sigma^2$ से दर्शाया जाता है और इसे $\sigma^2 = \frac{1}{n}\sum(x_i - \bar{x})^2$ से प्राप्त किया जाता है। (7)

(d) **मानक विचलन (Standard Deviation)** यदि $\sigma^2$ प्रसरण है, तो $\sigma$ मानक विचलन कहलाता है और इसे

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n}\sum(x_i - \bar{x})^2}$$ से प्राप्त किया जाता है। (8)

(e) **असतत बारंबारता बंटनके लिए मानक विचलन (Standard Deviation for a discrete frequency distribution)**

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{\text{N}}\sum f_i(x_i - \bar{x})^2}$$ से प्राप्त होता है। (9)

जहाँ $x_i$' s की बारंबारताएँ $f_i$'s हैं एवं $\text{N} = \sum_{i=1}^{n} f_i$

(f) **सतत बारंबारता बंटन (वर्गीकृत आंकड़ा) के लिए मानक विचलन (Standard deviation of a continuous frequency distribution)**

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N}\sum f_i (x_i - \bar{x})^2} \qquad (10)$$

जहाँ $x_i$ वर्गों के मध्य बिन्दु हैं और $f_i$ उनकी क्रमशः बारंबारताएं हैं:
सूत्र (10) निम्न सूत्र के समान है:

$$\sigma = \frac{1}{N}\sqrt{N\sum f_i x_i^2 - \left(\sum f_i x_i\right)^2} \qquad (11)$$

(g) **मानक विचलन के लिए अन्य सूत्र (Another formula for standard deviation)**

$$\sigma_x = \frac{h}{N}\sqrt{N\sum f_i y_i^2 - \left(\sum f_i y_i\right)^2} \qquad (12)$$

जहाँ $h$ वर्ग अंतराल की चौड़ाई है एवं $y_i = \frac{x_i - A}{h}$ और A कल्पित माध्य है।

**15.1.2 *विचरण गुणांक (Coefficient of variation)*:** कभी-कभी मानक विचलन को माध्य का समानुपात व्यक्त करते हुए, सामान्यतः, प्रतिशतता, परिवर्तनशीलता की व्याख्या करना लाभदायक होता है। प्रातिशतता के रूप में इसका समीकरण इस प्रकार है–

$$\text{विचरण गुणांक} = \frac{\text{मानक विचलन}}{\text{माध्य}} \times 100$$

## 15.2 हल किए हुए उदारहण

### लघुउत्तरीय उदाहरण (S.A.)

**उदाहरण 1** निम्नलिखित आंकड़ों का माध्य के सापेक्ष माध्य विचलन ज्ञात कीजिए:

| आकार ($x$): | 1 | 3 | 5 | 7 | 9 | 11 | 13 | 15 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| बारंबारता ($f$): | 3 | 3 | 4 | 14 | 7 | 4 | 3 | 4 |

**हल** माध्य $= \bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{3+9+20+98+63+44+39+60}{42} = \frac{336}{42} = 8$

$$\text{M.D. } (\bar{x}) = \frac{\sum f_i |x_i - \bar{x}|}{\sum f_i} = \frac{3(7)+3(5)+4(3)+14(1)+7(1)+4(3)+3(5)+4(7)}{42}$$

$$= \frac{21 + 15 + 12 + 14 + 7 + 12 + 15 + 28}{42} = \frac{62}{21} = 2.95$$

**उदाहरण 2** निम्नलिखित आंकड़ों के लिए प्रसरण और मानक विचलन ज्ञात कीजिए:

57, 64, 43, 67, 49, 59, 44, 47, 61, 59

**हल** माध्य $(\bar{x}) = \frac{57 + 64 + 43 + 67 + 49 + 59 + 61 + 59 + 44 + 47}{10} = \frac{550}{10} = 55$

प्रसरण $(\sigma^2) = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$

$$= \frac{2^2 + 9^2 + 12^2 + 12^2 + 6^2 + 4^2 + 6^2 + 4^2 + 11^2 + 8^2}{10}$$

$$= \frac{662}{10} = 66.2$$

मानक विचलन $(\sigma) = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{66.2} = 8.13$

**उदाहरण 3** दर्शाइए कि अवर्गीकृत आंकड़ों का मानक विचलन ज्ञात करने के लिए नीचे दिए गए दो सूत्र एक समान हैं:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}} \quad \text{एवं} \quad \sigma' = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2}$$

**हल** हम पाते हैं $\sum (x_i - \bar{x})^2 = \sum (x_i^2 - 2\bar{x}\, x_i + \bar{x}^2)$

$$= \sum x_i^2 + \sum -2\bar{x}\, x_i + \sum \bar{x}^2$$

$$= \sum x_i^2 - 2\bar{x} \sum x_i + (\bar{x})^2 \sum 1$$

$$= \sum x_i^2 - 2\bar{x}\,(n\bar{x}) + n\,\bar{x}^2$$

$$= \sum x_i^2 - n\bar{x}^2$$

© NCERT not to be republished

दोनों पक्षों को $n$ से भाग देने पर और वर्ग मूल लेने पर हमें $\sigma = \sigma'$ प्राप्त होता है।

**उदाहरण 4** निम्नलिखित आंकड़ों का प्रसरण ज्ञात कीजिए:

| वर्ग अन्तराल | बारंबारता |
|---|---|
| 4 - 8 | 3 |
| 8 - 12 | 6 |
| 12 - 16 | 4 |
| 16 - 20 | 7 |

**हल** माध्य $(\bar{x}) = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{3 \times 6 + 6 \times 10 + 4 \times 14 + 7 \times 18}{20} = 13$

$$\text{प्रसरण } (\sigma^2) = \frac{\sum f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum f_i} = \frac{3(-7)^2 + 6(-3)^2 + 4(1)^2 + 7(5)^2}{20}$$

$$= \frac{147 + 54 + 4 + 175}{20} = 19$$

## दीर्घ उत्तरीय उदाहरण (L.A.)

**उदाहरण 5** निम्नलिखित बारंबारता बंटन के लिए माध्य, प्रसरण एवं मानक विचलन ज्ञात कीजिए:

| वर्ग | बारंबारता |
|---|---|
| 1 - 10 | 11 |
| 10 - 20 | 29 |
| 20 - 30 | 18 |
| 30 - 40 | 4 |
| 40 - 50 | 5 |
| 50 - 60 | 3 |

© NCERT not to be republished

**हल** मान लीजिए कल्पिक माध्य A, 25.5. यहां $h = 10$

| वर्ग | $x_i$ | $y_i = \frac{x_i - 25.5}{10}$ | $f_i$ | $f_i y_i$ | $f_i y_i^2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 - 10 | 5.5 | –2 | 11 | –22 | 44 |
| 10 - 20 | 15.5 | –1 | 29 | –29 | 29 |
| 20 - 30 | 25.5 | 0 | 18 | 0 | 0 |
| 30 - 40 | 35.5 | 1 | 4 | 4 | 4 |
| 40 - 50 | 45.5 | 2 | 5 | 10 | 20 |
| 50 - 60 | 55.5 | 3 | 3 | 9 | 27 |
| **योग** | | | **70** | **–28** | **124** |

$$x' = \frac{\sum f_i y_i}{\sum f_i} = \frac{-28}{70} = -0.4$$

माध्य $= \bar{x} = 25.5 + (-10)(0.4) = 21.5$

प्रसरण $$(\sigma^2) = \left[\frac{h}{N}\sqrt{N\sum f_i y_i^2 - \left(\sum f_i y_i\right)^2}\right]^2$$

$$= \frac{10 \times 10}{70 \times 70}\ [70(124) - (-28)^2]$$

$$= \frac{70\,(124)}{7 \times 7} - \frac{28 \times 28}{7 \times 7} = \frac{1240}{7} - 16 = 161 \quad \text{(लगभग)}$$

S.D. $(\sigma) = \sqrt{161} = 12.7$

© NCERT not to be republished

**उदाहरण 6** दो कारखानों A तथा B द्वारा निर्मित बल्बों की कार्य अवधि (Life) को निम्न सारणी में दर्शाया गया है:

| अवधि (घंटों में) | कारखाना A (बल्बों की संख्या) | कारखाना B (बल्बों की संख्या) |
|---|---|---|
| 550 - 650 | 10 | 8 |
| 650 - 750 | 22 | 60 |
| 750 - 850 | 52 | 24 |
| 850 - 950 | 20 | 16 |
| 950 - 1050 | 16 | 12 |
| **योग** | **120** | **120** |

कार्य अवधि की दृष्टि से किस कारखाने के बल्ब अधिक संगत (Consistent) हैं।

**हल** यहाँ $h = 100$, मान लीजिए A (कल्पित माध्य) = 800.

| कार्य अवधि (घंटों में) | माध्य मान $(x_i)$ | $y_i = \frac{x_i - A}{10}$ | कारखाना A | | | कारखाना B | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | $f_i$ | $f_i y_i$ | $f_i y_i^2$ | $f_i$ | $f_i y_i$ | $f_i y_i^2$ |
| 550 - 650 | 600 | –2 | 10 | –20 | 40 | 8 | –16 | 32 |
| 650 - 750 | 700 | –1 | 22 | –22 | 22 | 60 | – 60 | 60 |
| 750 - 850 | 800 | 0 | 52 | 0 | 0 | 24 | 0 | 0 |
| 850 - 950 | 900 | 1 | 20 | 20 | 20 | 16 | 16 | 16 |
| 950 - 1050 | 1000 | 2 | 16 | 32 | 64 | 12 | 24 | 48 |
| **योग** | | | **120** | **10** | **146** | **120** | **–36** | **156** |

**कारखाना A के लिए**

$$\text{माध्य } (\bar{x}) = 800 + \frac{10}{120} \times 100 = 816.67 \text{ घंटे}$$

$$\text{S.D.} = \frac{100}{120}\sqrt{120\,(146) - 100} = 109.98$$

इसलिए विचरण गुणांक $= \frac{\text{S.D.}}{\bar{x}} \times 100 = \frac{109.98}{816.67} \times 100 = 13.47$

**कारखाना B के लिए**

$$\text{माध्य} = 800 + \frac{-36}{120} \times 100 = 770$$

$$\text{S.D.} = \frac{100}{120}\sqrt{120\,(156) - (-36)^2} = 110$$

इसलिए विचरण गुणांक $= \frac{\text{S.D.}}{\text{माध्य}} \times 100 = \frac{110}{770} \times 100 = 14.29$

क्योंकि कारखाना B का विचरण गुणांक, कारखाना A के विचरण गुणांक से अधिक है। कारखाना B का विचरण अधिक है अर्थात् कारखाना A के बल्ब अधिक संगत है।

## वस्तुनिष्ठ प्रश्न

*उदाहरण संख्या 7 से 9 तक प्रत्येक के लिए दिए हुए चार विकल्पों में से सही उत्तर का चयन कीजिए:* (M.C.Q)

**उदाहरण 7** आँकड़ों 2, 9, 9, 3, 6, 9, 4 का माध्य के सापेक्ष माध्य विचलन है:

(A) 2.23 (B) 2.57 (C) 3.23 (D) 3.57

**हल** सही उत्तर (B) है।

$$\text{M.D.}\ (\bar{x}) = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n} = \frac{4+3+3+3+0+3+2}{7} = 2.57$$

**उदाहरण 8** यदि आंकड़ों 2, 4, 5, 6, 8, 17 का प्रसरण 23.33 है, तो 4, 8, 10, 12, 16, 34 का प्रसरण होगा:

(A) 23.23 (B) 25.33 (C) 46.66 (D) 48.66

**हल** सही उत्तर (C) है। जब प्रत्येक प्रेक्षण को 2 से गुणा कर दिया जाए तो प्रसरण भी 2 सेगुणा हो जाता है।

**उदाहरण 9** $n$ मानों $x_1, x_2, ..., x_n$ के समुच्चय का मानक विचलन $\sigma$ है। दूसरे समुच्चय के $n$ मानों $x_1 + k, x_2 + k, ..., x_n + k$ का मानक विचलन है:

(A) $\sigma$ (B) $\sigma + k$ (C) $\sigma - k$ (D) $k\sigma$

**हल** सही उत्तर (A) है। यदि प्रत्येक प्रेक्षण में अचर $k$ से वृद्धि कर दी जाए तो मानक विचलन अपरिवर्तित रहता है।

© NCERT not to be republished

## 15.3 प्रश्नावली

### लघु उत्तरीय प्रश्न (S.A.)

**1.** निम्नलिखित बारंबारता बंटन का माध्य के सापेक्ष माध्य विचलन ज्ञात कीजिए।

| आकार | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 |
|---|---|---|---|---|---|
| बारंबारता | 6 | 4 | 5 | 1 | 4 |

**2.** निम्नलिखित बारंबारता बंटन का माध्यिका के सापेक्ष माध्य विचलन ज्ञात कीजिए।

| प्राप्तांक | 10 | 11 | 12 | 14 | 15 |
|---|---|---|---|---|---|
| विद्यार्थियों की संख्या | 2 | 3 | 8 | 3 | 4 |

**3.** यदि $n$ एक विषम संख्या है, तो प्रथम $n$ प्राकृत संख्याओं का माध्य के सापेक्ष माध्य विचलन ज्ञात कीजिए।

**4.** यदि $n$ एक सम संख्या है, तो प्रथम $n$ प्राकृत संख्याओं का माध्य के सापेक्ष माध्य विचलन ज्ञात कीजिए।

**5.** प्रथम $n$ प्राकृत संख्याओं का मानक विचलन ज्ञात कीजिए।

**6.** एक टेस्ट को पूरा करने के लिए, समय के कुछ आँकड़ों का माध्य एवं मानक विचलन ज्ञात किए गए, जिनके परिणाम निम्नलिखित हैं:

प्रेक्षणों की संख्या = 25, माध्य = 18.2 सैकेण्ड, मानक विचलन = 3.25 सैकेण्ड।

तत्पश्चात् 15 प्रेक्षणों $x_1, x_2, ..., x_{15}$, का दूसरा समुच्चय उपलब्ध होता है। यह भी सैकेण्ड में है। और $\sum_{i=1}^{15} x_i = 279$ एवं $\sum_{i=1}^{15} x_i^2 = 5524$ सभी 40 प्रेक्षणों पर आधारित मानक विचलन ज्ञात कीजिए।

**7.** $n_1$ प्रेक्षणों के समुच्चय के माध्य एवं मानक विचलन क्रमशः $\bar{x}_1$ एवं $s_1$ हैं। जबकि $n_2$ प्रेक्षणों के एक अन्य समुच्चय के माध्य एवं मानक विचलन क्रमशः $\bar{x}_2$ एवं $s_2$ हैं। दर्शाइए कि $(n_1 + n_2)$ प्रेक्षणों के संयुक्त समुच्चय का मानक विचलन,

$$\text{S.D.} = \sqrt{\frac{n_1(s_1)^2 + n_2(s_2)^2}{n_1 + n_2} + \frac{n_1 n_2(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)^2}{(n_1 + n_2)^2}}$$

**8.** दो समुहों, जिनमें प्रत्येक में 20 प्रेक्षण हैं, के मानक विचलन एक समान 5 हैं। प्रथम समूह का माध्य 17 और दूसरे समूह का माध्य 22, है। दिए हुए दो समूहों को मिलाने पर प्राप्त समूह का मानक विचलन ज्ञात कीजिए।

**9.** निम्नलिखित बारंबारता बंटन का प्रसरण 160 है।

| $x$ | A | 2A | 3A | 4A | 5A | 6A |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f$ | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

यदि A एक धनात्मक पूर्णांक है तो A का मान ज्ञात कीजिए।

**10.** निम्नलिखित बारंबारता बंटन के लिए मानक विचलन ज्ञात कीजिए।

| $x$ | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f$ | 4 | 9 | 16 | 14 | 11 | 6 |

**11.** एक कक्षा में 60 विद्यार्थी हैं। एक टेस्ट में कक्षा के विद्यार्थियों द्वारा प्राप्तांकों को निम्नलिखित बारंबारता बंटन में दर्शाया गया है। जहाँ $x$ एक धनात्मक पूर्णांक है। अंकों का माध्य एवं मानक विचलन ज्ञात कीजिए।

| **अंक** | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **बारंबारता** | $x-2$ | $x$ | $x^2$ | $(x+1)^2$ | $2x$ | $x+1$ |

**12.** 60 बल्बों के एक नमूने का औसत कार्य अवधि (mean life) 650 घंटे हैं एवं मानक विचलन 8 घंटे है। 80 बल्बों के एक दूसरे नमूने का औसत कार्य अवधि 660 घंटे हैं एवं मानक विचलन 7 घंटे है। समग्र रूप से मानक विचलन ज्ञात कीजिए।

**13.** 100 वस्तुओं का माध्य एवं मानक विचलन क्रमशः 50 एवं 4 है। सभी वस्तुओं का योग ज्ञात कीजिए। वस्तुओं के वर्ग का योग भी ज्ञात कीजिए।

**14.** यदि किसी बंटन के लिए $\sum_{i=1}^{18}(x-5)=3$ $\sum_{i=1}^{18}(x-5)^2=43$ और कुल वस्तुओं की संख्या 18है, तो माध्य एवं मानक विचलन ज्ञात कीजिए।

**15.** नीचे लिखे निम्नलिखित बारंबारता बंटन के लिए माध्य एवं प्रसरण ज्ञात कीजिए।

| $x$ | $1 \le x < 3$ | $3 \le x < 5$ | $5 \le x < 7$ | $7 \le x < 10$ |
|---|---|---|---|---|
| $f$ | 6 | 4 | 5 | 1 |



© NCERT not to be republished

## दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (L.A.)

**16.** निम्नलिखित बारंबारता बंटन के लिए माध्य के सापेक्ष माध्य विचलन ज्ञात कीजिए।

| वर्ग अन्तराल | 0 - 4 | 4 - 8 | 8 - 12 | 12 - 16 | 16 - 20 |
|---|---|---|---|---|---|
| बारंबारता | 4 | 6 | 8 | 5 | 2 |

**17.** निम्नलिखित आंकड़ों के लिए माध्यिका के सापेक्ष माध्य विचलन ज्ञात कीजिए।

| वर्ग अन्तराल | 0 - 6 | 6 - 12 | 12 - 18 | 18 - 24 | 24 - 30 |
|---|---|---|---|---|---|
| बारंबारता | 4 | 5 | 3 | 6 | 2 |

**18.** निम्नलिखित बंटन का माध्य एवं मानक विचलन ज्ञात कीजिए।

| अंक | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| बारंबारता | 1 | 6 | 6 | 8 | 8 | 2 | 2 | 3 | 0 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |

**19.** 70 जारों में काफी के भार को निम्नलिखित सारणी में दर्शाया गया है।

| भार (ग्राम में) | बारंबारता |
|---|---|
| 200 - 201 | 13 |
| 201 - 202 | 27 |
| 202 - 203 | 18 |
| 203 - 204 | 10 |
| 204 - 205 | 1 |
| 205 - 206 | 1 |

उपरोक्त बंटन का प्रसरण एवं मानक विचलन ज्ञात कीजिए।

**20.** किसी समांतर श्रेणी का प्रथम पद $a$ तथा सार्वअंतर $d$ है। उस समांतर श्रेणी के प्रथम $n$ पदों का माध्य एवं मानक विचलन ज्ञात कीजिए।

**21.** दो विद्यार्थियों रवि एवं हसीना द्वारा 10 टेस्टों में प्राप्त अंकों को नीचे दर्शाया गया है जबकि प्रत्येक टेस्ट 100 अंकों का है:

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **रवि** | 25 | 50 | 45 | 30 | 70 | 42 | 36 | 48 | 35 | 60 |
| **हसीना** | 10 | 70 | 50 | 20 | 95 | 55 | 42 | 60 | 48 | 80 |

कौन ज्यादा बुद्धिमान है एवं कौन ज्यादा संगत है?

© NCERT not to be republished

**22.** 100 प्रेक्षणों के माध्य एवं मानक विचलन क्रमशः 40 एवं 10 ज्ञात किए गए थे। यदि परिकलन करते समय दो प्रेक्षणों 3 एवं 27 को गलती से क्रमशः 30 एवं 70 ले लिया गया हो, तो सही मानक विचलन ज्ञात कीजिए।

**23.** 10 पाठ्यांकों (readings) का माध्य एवं प्रसरण ज्ञात करते समय एक विद्यार्थी ने सही पाठ्यांक 25 के स्थान पर गलती से पाठ्यांक 52 का उपयोग कर लिया। उसे माध्य एवं प्रसरण क्रमशः 45 एवं 16 प्राप्त हुए। सही, माध्य एवं प्रसरण ज्ञात कीजिए।

## वस्तुनिष्ठीय प्रश्न

*प्रश्न संख्या 24 से 39 तक प्रत्येक के लिए दिए हुए चार विकल्पों में से सही उत्तर का चयन कीजिए (M.C.Q).*

**24.** आंकड़ों 3, 10, 10, 4, 7, 10, 5 का माध्यम के सापेक्ष माध्य विचलन है:

(A) 2 (B) 2.57 (C) 3 (D) 3.75

**25.** $n$ प्रेक्षणों $x_1, x_2, ..., x_n$ का उनके माध्य $\overline{x}$ के सापेक्ष माध्य विचलन है:

(A) $\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})$ (B) $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}|x_i - \overline{x}|$

(C) $\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2$ (D) $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2$

**26.** परीक्षण के समय 5 बल्बों की कार्य अवधि (Life) घंटों में निम्न प्रकार नोट की गई:

1357, 1090, 1666, 1494, 1623

उनके माध्य से माध्य विचलन (घंटों में) है:

(A) 178 (B) 179 (C) 220 (D) 356

**27.** गणित के एक टेस्ट में 9 विद्यार्थियों द्वारा प्राप्त अंक निम्नलिखित है:

50, 69, 20, 33, 53, 39, 40, 65, 59

उपरोक्त के लिए माध्यिका से माध्य विचलन हैं

(A) 9 (B) 10.5 (C) 12.67 (D) 14.76

**28.** आंकड़ों 6, 5, 9, 13, 12, 8, 10 का मानक विचलन है:

(A) $\sqrt{\frac{52}{7}}$ (B) $\frac{52}{7}$ (C) $\sqrt{6}$ (D) 6

© NCERT not to be republished

**29.** मान लीजिए $n$ प्रेक्षणों $x_1, x_2, x_3 ......x_n$ हैं और इनका माध्य $\overline{x}$ है। मानक विचलन का सूत्र है:

(A) $\sum(x_i - \overline{x})^2$

(B) $\dfrac{\sum(x_i - \overline{x})^2}{n}$

(C) $\sqrt{\dfrac{\sum(x_i - \overline{x})^2}{n}}$

(D) $\sqrt{\dfrac{\sum x_i^2}{n} + \overline{x}^2}$

**30.** 100 प्रेक्षणों का माध्य 50 है और मानक विचलन 5 है। सभी प्रेक्षणों के वर्गों का योग है:
(A) 50000 (B) 250000 (C) 252500 (D) 255000

**31.** मान लीजिए प्रेक्षणों $a, b, c, d, e$ का माध्य $m$ है और मानक विचलन $s$ है, तो प्रेक्षणों $a + k$, $b + k$, $c + k$, $d + k$, $e + k$ का मानक विचलन है:

(A) $s$ (B) $ks$ (C) $s + k$ (D) $\dfrac{s}{k}$

**32.** मान लीजिए प्रेक्षणों $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$ का माध्य $m$ एवं मानक विचलन $s$ है, तो प्रेक्षणों $kx_1$, $kx_2$, $kx_3$, $kx_4$, $kx_5$ का मानक विचलन है:

(A) $k + s$ (B) $\dfrac{s}{k}$ (C) $ks$ (D) $s$

**33.** मान लीजिए $n$ प्रेक्षण $x_1, x_2, ... x_n$ है, एवं $w_i = lx_i + k$, $i = 1, 2, ...n$, के लिए जहां $l$ एवं $k$ अचर हैं। यदि, $x_i$'$s$ के माध्य एवं मानक विचलन क्रमशः 48 एवं 12 है, $w_i$'$s$ के माध्य एवं मानक विचलन क्रमशः 55 एवं 15 हैं, तो $l$ एवं $k$ के मान है:

(A) $l = 1.25, k = -5$ (B) $l = -1.25, k = 5$
(C) $l = 2.5, k = -5$ (D) $l = 2.5, k = 5$

**34.** प्रथम 10 प्राकृत संख्याओं के लिए मानक विचलन है:
(A) 5.5 (B) 3.87 (C) 2.97 (D) 2.87

**35.** संख्याओं 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 को लीजिए। यदि प्रत्येक संख्या में 1 जोड़ दिया जाए तो इस प्रकार प्राप्त संख्याओं का प्रसारण है:
(A) 6.5 (B) 2.87 (C) 3.87 (D) 8.25

**36.** प्रथम 10 धनात्मक पूर्णांकों को लीजिए। यदि हम प्रत्येक संख्या को –1 से गुणा कर दें और इसके बाद प्रत्येक संख्या में 1 जोड़ दें, तो इस प्रकार प्राप्त संख्याओं का प्रसरण है:
(A) 8.25 (B) 6.5 (C) 3.87 (D) 2.87

© NCERT not to be republished

**37.** निम्नलिखित जानकारी एक ऐसे नमूने के लिए है जिसका आकार 60 है:

$\sum x^2 = 18000, \ \sum x = 960$

तो प्रसरण है:

(A) 6.63 (B) 16 (C) 22 (D) 44

**38.** दो बंटनों के विचरण गुणांक 50 एवं 60 है और उनके माध्य क्रमश: 30 एवं 25 हैं, तो उनके मानक विचलनों का अन्तर है:

(A) 0 (B) 1 (C) 1.5 (D) 2.5

**39.** किसी तापमान आंकड़े का °C में मानक विचलन 5 है। यदि आंकड़ों को °F में परिवर्तित कर दिया जाए तो, प्रसरण होगा:

(A) 81 (B) 57 (C) 36 (D) 25

*प्रश्न संख्या 40 से 46 तक रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए:*

**40.** विचरण गुणांक $= \frac{\cdots}{\text{माध्य}} \times 100$

**41.** यदि $x$ के $n$ मानों का माध्य $\bar{x}$ है, तो $\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})$ हमेशा बराबर है ____________.

यदि $a$ का मान $\bar{x}$ के अतिरिक्त कुछ भी है, तो $\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$ ____________ $\sum (x_i - a)^2$

**42.** यदि कुछ आंकड़ों का प्रसरण 121 है, तो आंकड़ों का मानक विचलन __________ है।

**43.** कुछ आंकड़ों का मानक विचलन मूल बिन्दु में परिवर्तन से ___________ है परन्तु स्केल परिवर्तन पर ____________ है।

**44.** माध्य के सापेक्ष लिए गए चर के मानों के विचलनों के वर्ग का योग _________ है।

**45.** माध्यिका से मापने पर आंकड़ों का माध्य विचलन ___________ है।

**46.** माध्य के सापेक्ष में मानक विचलन, माध्य विचलन __________ है।

© NCERT not to be republished